Document Aide Maple autorisé. Tout autre document est interdit. Durée : 1h.

Nom - Prénom :

Barème : Exercice 1 : 5 points / Exercice 2 : 5 points / Exercice 3 : 10 points

Exercice 1

Cet exercice sera traitée en utilisant **Maple**.
On considère la fonction f définie sur $[-2{,}2]$ par : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

(1) Étudier la parité de f

(2) Donner une valeur approchée de $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

(3) Déterminer la dérivée de f

(4) Résoudre $f'(x) > 0$ et en déduire les variations de f

(5) Tracer la courbe représentative de f sur $[-2{,}2]$.

Notes / Commentaires :

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Exercice 2

Cet exercice sera traitée en utilisant **Maple**.
En utilisant la fonction Heaviside, reproduire la courbe ci–dessous associée à une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
(Remarque : La fonction est sinusoïdale sur $[0{,}1]$ et affine sur $[1{,}2]$.)

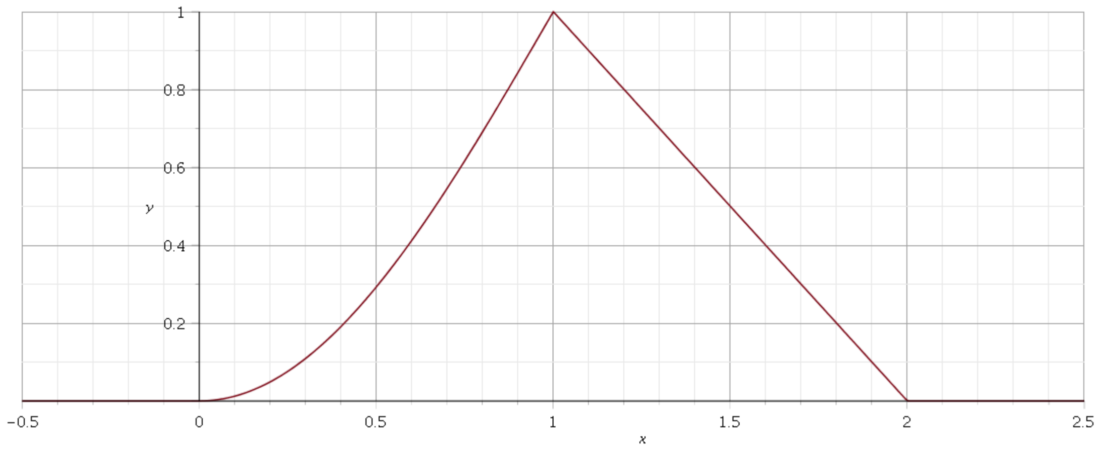


Figure 1 – Courbe représentative de la fonction f

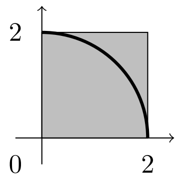
Notes / Commentaires :

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Exercice 3

Cet exercice sera traitée en utilisant un **tableur**.

L'équation de la courbe définie par le quart de cercle ci–contre (dans le carré gris) est $y = f(x)$ où fonction f définie sur $[0{,}2]$ par : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ (la même fonction que dans l'exercice 1).



La surface du quart de disque est $\dfrac{\pi R^2}{4} = \dfrac{\pi 2^2}{4} = \pi$. On se propose donc de calculer une valeur approchée de π en calculant cette surface de 2 façons différentes.

1. **Méthode de Monte-Carlo**

   Le principe est de tirer aléatoirement des points dans le carré « gris » et de compter la proportion de points qui tombent dans le disque. On peut alors en déduire par proportionnalité l'aire du quart de disque. Plus précisément, si la proportion de points dans le disque est p, comme l'aire du carré est 4, l'aire du quart de disque est d'environ $4p$.

   (a) Simuler le tirage aléatoire de 1000 points dans le carré en utilisant la fonction ALEA(). (On pourra considérer que chaque coordonnée est dans l'intervalle $[0{,}2[$.)

   (b) Pour chaque point $M(x{,}y)$ obtenu, calculer la distance $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$ et déterminer s'il est dans le disque (vous afficherez 1 dans la cellule) ou pas (vous afficherez 0)

   (c) Afficher dans une cellule le nombre de points dans le disque et dans une autre la valeur approchée cherchée.

M						
x	y	OM	Dans le disque ?			
1,56759596	1,0786811	1,90286889	1		Points dans le disque :	791
1,62809677	1,49613851	2,21113761	0		Valeur approchée de Pi :	3,164
0,83963577	0,99266584	1,30014372	1			
0,11693251	0,34737358	0,36652642	1			
1,73831304	1,72903009	2,45179063	0			
0,62007733	1,69835853	1,80801482	1			

Figure 2 – Exemple de présentation

2. **Méthode des rectangles**

   On va déterminer une valeur approchée de l'aire en calculant $I = \displaystyle\int_0^2 \sqrt{4 - x^2}\,\mathrm{d}x$ à l'aide de la méthode des rectangles à gauche (voir Figure 3, ci–contre).
   On réalise pour cela une subdivision de l'intervalle en n segments.

   (a) Organiser vos calculs pour pouvoir calculer l'aire totale de ces rectangles pour n un entier entre 1 et 1000.

   (n sera fixé dans une cellule.)

   (b) Quel est le résultat obtenu pour $n = 200$? $n = 1000$?

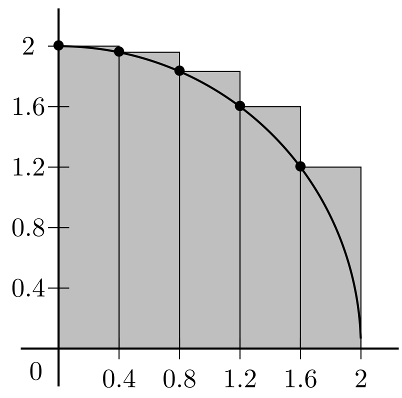


Figure 3 – Illustration de la méthode des rectangles pour $n = 5$

Notes / Commentaires :

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .