

TEST 2 DE MATHÉMATIQUES

Calculatrice CASIO Collège autorisée. Documents interdits.

Durée : 1,5 heure

NOM, PRENOM, GROUPE :

Exercice 1 : 6 points

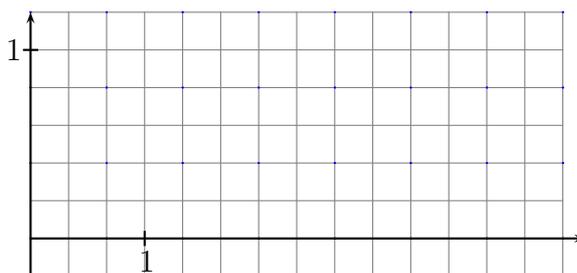
On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par

$$f(x) = x \times e^{-x}$$

1. Étudier les variations de f et établir son tableau de variations.

2. Déterminer, par calcul, une équation de la droite (Δ), tangente à courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

3. Représenter Δ et la courbe représentative de f .



4. Déterminer la dérivée de la fonction $g : x \mapsto (x + 1) e^{-x}$ et en déduire la valeur de

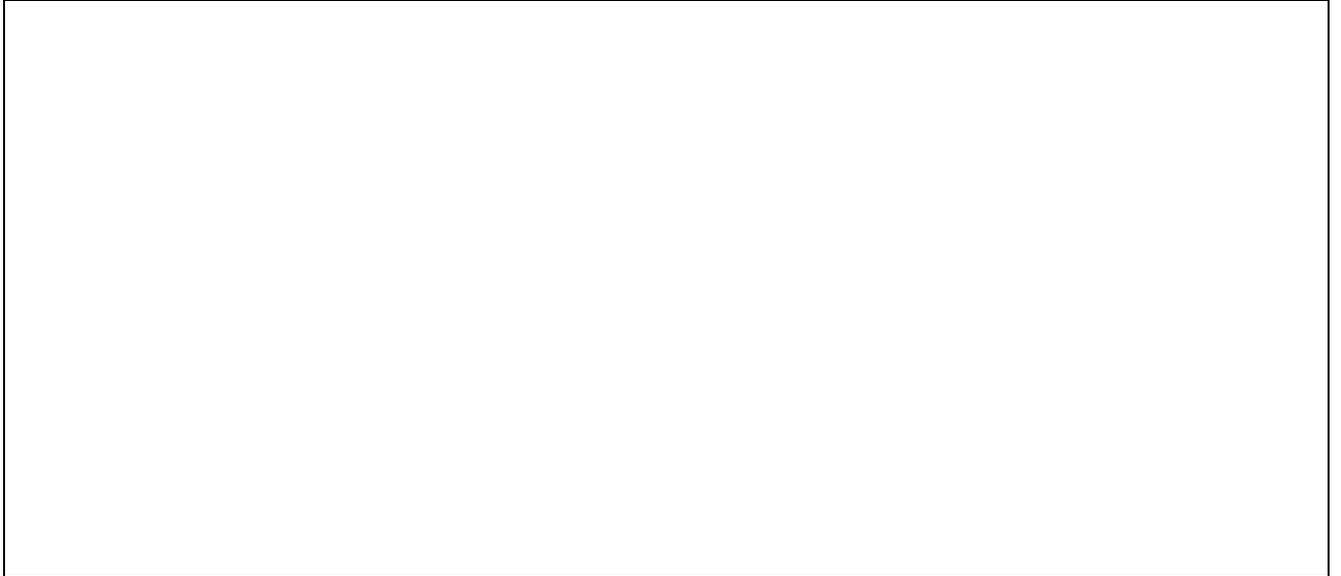
$$I = \int_0^1 f(x) dx$$

Exercice 2 : 3 points

Soit R , C et ω des réels strictement positifs. On considère

$$H(\omega) = R + \frac{1}{jC\omega} \text{ avec } RC = 1$$

1. Déterminer le module de $H(\omega)$ en fonction de R et ω .



2. On note $\varphi(\omega)$ un argument de $H(\omega)$. Montrer que

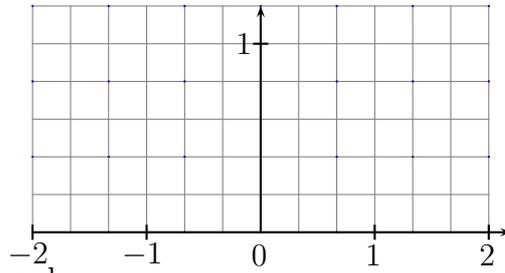
$$\varphi(\omega) = \arctan(\omega) - \frac{\pi}{2}$$



Exercice 3 : 4 points

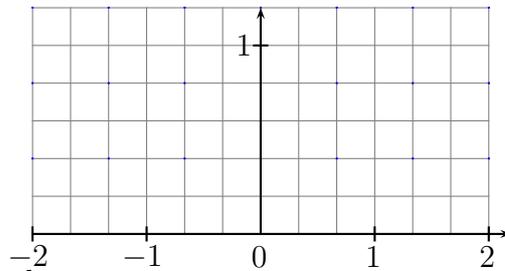
On considère la fonction s définie sur \mathbb{R} tel que, pour tout réel $x \in [0; 1]$, $s(x) = x$, s est paire et 2-périodique.

1. Représenter s sur $[-2; 2]$.



2. Déterminer la valeur moyenne de s .

3. Représenter s^2 sur $[-2; 2]$.



4. Déterminer la valeur efficace de s .

Exercice 4 : 5 points

1. Calculer

$$I = \int_0^2 (x^3 - 2) \, dx$$

2. Calculer

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 2 \cos(3x) \, dx$$

3. Calculer

$$K = \int_1^e \frac{x+1}{x^2} \, dx$$

Exercice 5 : 2 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^+ par

$$f(x) = x^2 + 4$$

Justifier que f admet une fonction réciproque, notée f^{-1} , dont on déterminera le domaine de définition et l'expression.