

TEST 1 DE MATHÉMATIQUES

Calculatrice CASIO Collège autorisée. Documents interdits.

Durée : 1,5 heure

NOM, PRENOM, GROUPE : .....

Exercice 1 : 6 points

1. Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$A = \sqrt{3} + j \quad \text{et} \quad B = 1 - j$$

2. En déduire le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$C = \frac{\sqrt{3} + j}{1 - j} \quad \text{et} \quad D = (\sqrt{3} + j)^{12}$$

## Exercice 2 : 2 points

Soit  $a$  un réel quelconque. On considère l'expression

$$E_a = \cos a - \sin a$$

Parmi les trois relations ci-dessous, déterminer les deux égalités fausses en justifiant la réponse.

$$E_a = \cos(2a) \quad \text{❶} ; \quad E_a = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right) \quad \text{❷} ; \quad E_a = \sin(2a) \quad \text{❸}$$

## Exercice 3 : 5 points

1. Résoudre, dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad 2 \cos(4x) = \sqrt{2}$$

2. Simplifier

$$E = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(x + 3\pi)$$

3. Résoudre, après avoir précisé le domaine de définition, l'équation

$$\ln(2x^3) - \ln(x) = \ln 8$$

### Exercice 4 : 3 points

On considère la fonction  $f$  définie par

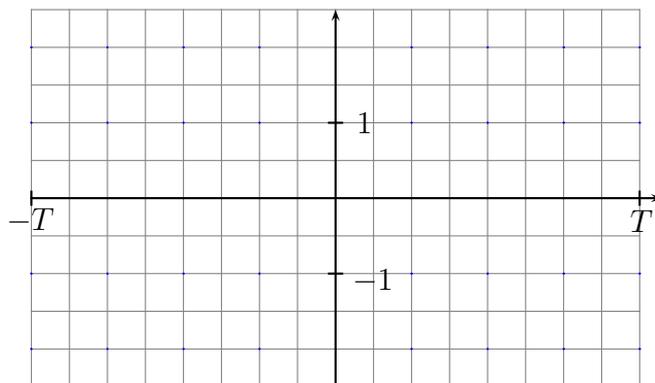
$$f(x) = 2 \sin(4x)$$

1. Déterminer la période  $T$  de  $f$ .

2. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

Combien y a-t-il de solutions appartenant à  $]0; \pi]$  ?

3. Représenter graphiquement la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-T, T]$ .



Exercice 5 : 4 points

1. Résoudre, dans  $\mathbb{C}$ , les équations suivantes :

(a)  $x^3 + x^2 = 0$

(b)  $x^2 + x + 1 = 0$

2. Montrer que, pour tout réel  $x$ , on a

$$x(1 - x) \leq \frac{1}{4}$$