

ÉVALUATION MATHÉMATIQUES (OML) 1

Calculatrice autorisée. Documents interdits.

Durée : 1,25 heure

NOM, PRÉNOM, GROUPE :

Il sera tenu le plus grand compte, lors de la correction, du soin apporté à la présentation et à la rédaction.

Exercice 1 : 6 points

1. (a) En utilisant les formules d'Euler, linéariser $\sin^2 \theta$.

- (b) On considère le signal f défini par

$$f(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi)$$

- i. Déterminer, par calcul, la valeur moyenne de f .

ii. Déterminer, par calcul, la valeur efficace de f .

2. On considère le signal s défini par

$$s(t) = 2 \sin(4t) + 2 \cos(4t)$$

(a) Déterminer la période de s .

(b) Déterminer, sans calcul, en justifiant la réponse, la valeur moyenne de s .

(c) i. Écrire $s(t) = 2 \sin(4t) + 2 \cos(4t)$ sous la forme $A \sin(\omega t + \varphi)$.

ii. Déterminer la valeur efficace de s .

iii. En utilisant 2(c)i. , déterminer φ' tel que

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi')$$

Exercice 2 : 3 points

Factoriser dans $\mathbb{C}[X]$ le polynôme P défini par

$$P(X) = 2X^3 - 2$$

Exercice 3 : 8 points

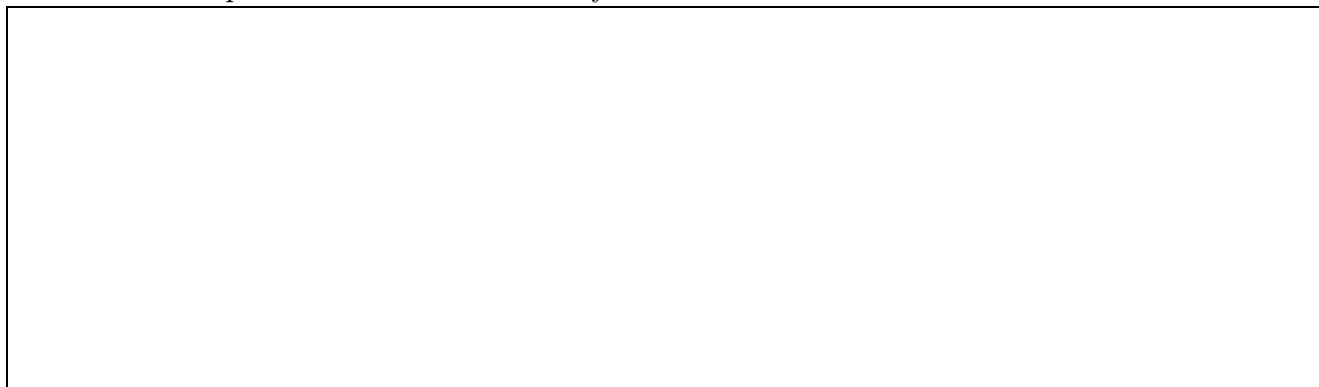
1. On considère f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x}$$

(a) Décomposer en éléments simples $f(x)$.



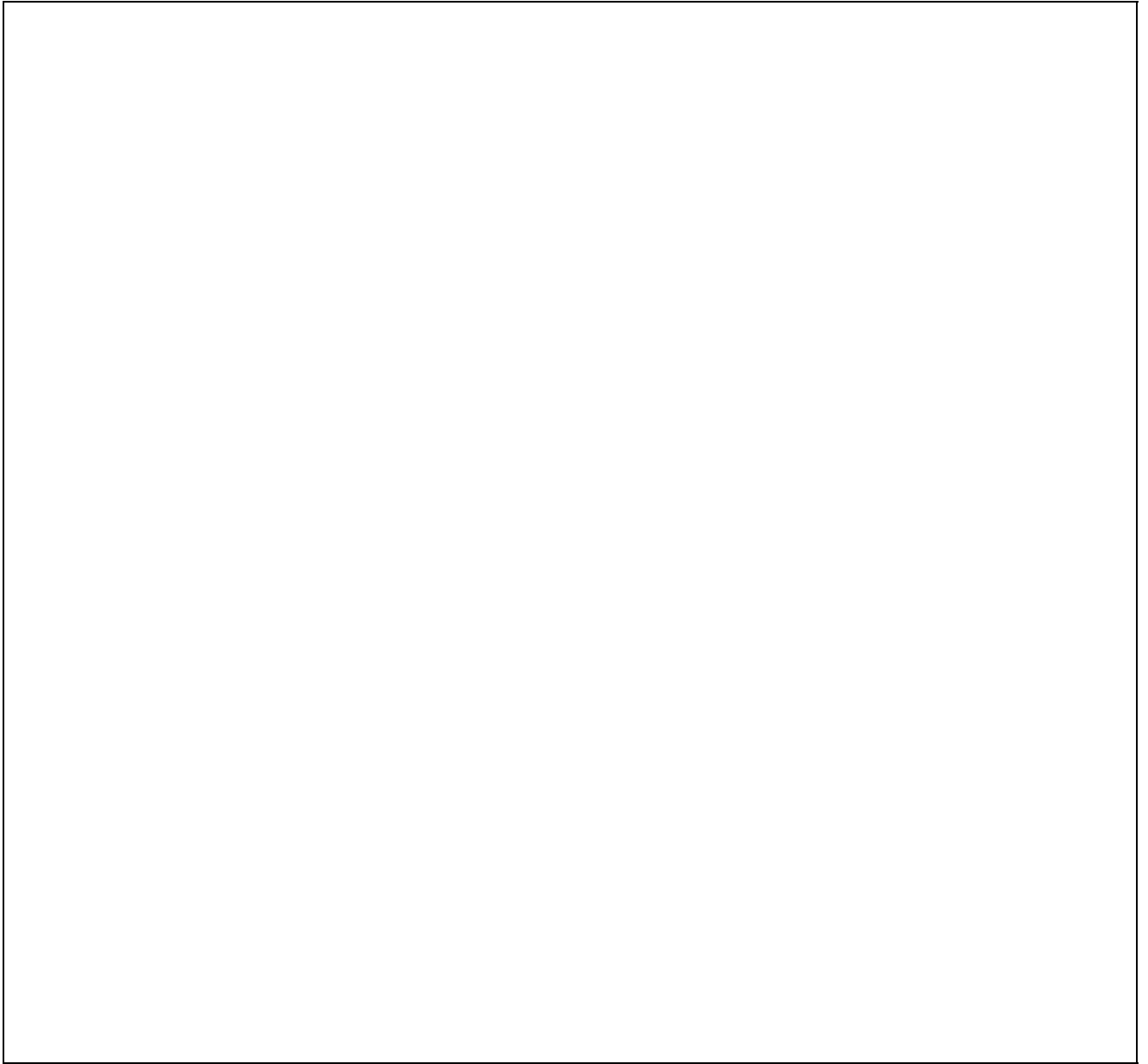
(b) En déduire une primitive F de la fonction f .



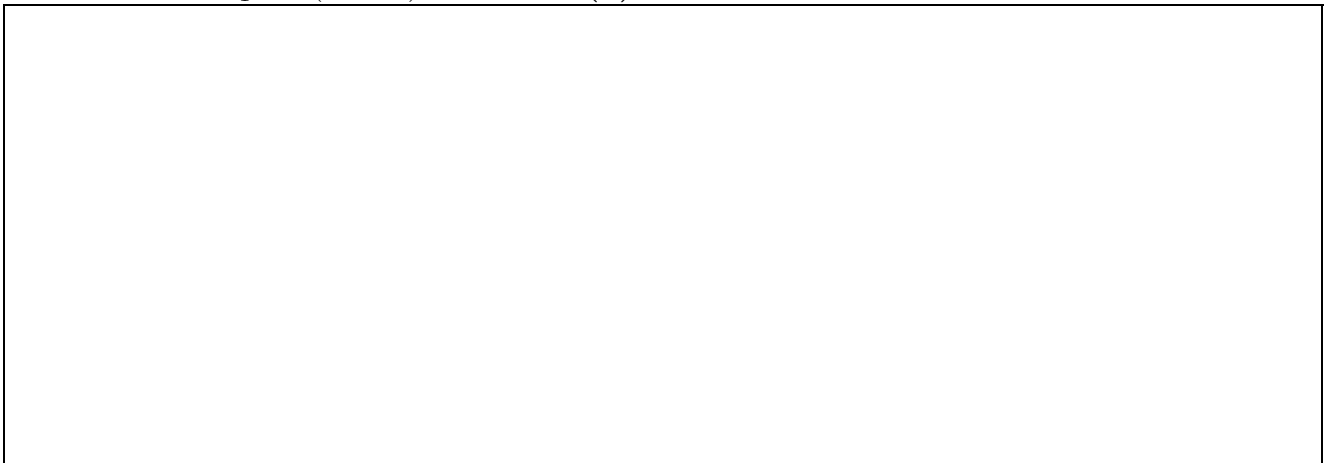
2. On considère g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{1}{x(x^2 + 1)}$$

(a) Décomposer en éléments simples $g(x)$.



(b) En déduire que $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x(x^2 + 1)} dx = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{3}{2} \right)$.



Exercice 4 : 3 points

1. Calculer, à l'aide d'une intégration par parties,

$$J = \int_1^e x \ln x \, dx$$

2. Wolframalpha, pour le calcul de $K = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} \, dx$, renvoie

" integral does not converge "

Expliquer ce résultat.