

TD-TP de statistiques appliquées / Plans d'expériences

Exercice 1 :

On souhaite étudier l'effet de la concentration en agent texturant, de la température et du temps de cuisson sur la texture d'un produit via un plan d'expériences à 5 niveaux.

Il est à noter que :

- La législation impose une concentration maximale en agent texturant de 10 g/kg.
- La température doit varier de 80°C à 130°C.
- On souhaite que les niveaux -1 et +1 relatifs à la durée de cuisson correspondent respectivement à 30 et 60 minutes.

Donner les niveaux réels des facteurs correspondants aux niveaux codés -2, -1, 0, +1 et +2.

Exercice 2 :

Considérons une réaction chimique dont les seuls facteurs influents sont la température et la pression avec lesquelles la réaction est réalisée. La réponse, notée Y , correspond au rendement de cette réaction.

La température, notée A , peut varier entre 60°C et 80°C et la pression, notée B , entre 1 et 2 bars. 60°C et 1 bar représentent les niveaux bas des facteurs température et pression respectivement. De la même façon, 80°C et 2 bars sont les niveaux hauts de ces deux facteurs.

La matrice du plan est donnée ci-dessous :

	A	B	Y
1	-1	-1	180
2	1	-1	179
3	-1	1	171
4	1	1	174

class=design, type= full factorial

1. Déterminer les effets (moyens) associés à A et B ainsi que le graphique des effets.
2. Déterminer une équation du modèle linéaire du premier ordre.
3. Déterminer les résidus associés à ce modèle.
4. Déterminer le coefficient de détermination associé à ce modèle.
Que penser de ce modèle ?
5. Pourrait-on valider un modèle linéaire du second ordre (quadratique) ?

Exercice 3 : Un exemple de plan complet 2^3

Des essais "pilotes" ont montré que les rendements d'une substance active d'un médicament sont très variables lors la dernière étape de synthèse. On décide donc d'effectuer un plan d'expériences dans lequel trois facteurs vont être étudiés.

Les domaines de variation sont indiqués ci-dessous pour chaque facteur prenant 2 niveaux :

- le facteur A correspond à la vitesse d'agitation variant entre 1500 et 2500 tours par minute;
- le facteur B correspond à la température de la réaction variant entre 50 et 70°C;
- le facteur C correspond au pH variant entre 3 et 4.

Le rendement en % constitue la réponse Y du plan.

Les résultats obtenus sont récapitulés ci-dessous :

	A	B	C	Y
1	-1	-1	-1	90.3
2	1	-1	-1	80.8
3	-1	1	-1	88.2
4	1	1	-1	90.2
5	-1	-1	1	84.4
6	1	-1	1	74.2
7	-1	1	1	81.8
8	1	1	1	83.6

```
class=design, type= full factorial
```

1. Créer ce plan sous R en faisant apparaître les réponses.
2. Représenter les effets des facteurs et interpréter ces graphiques.
3. Représenter les interactions et interpréter ces graphiques.
Quel type de modèle linéaire (premier ou second ordre) semble le plus approprié ?
4. Déterminer le modèle le plus adapté à l'aide de R.
5. Représenter les courbes d'isoréponses associées au modèle sélectionné.
Conjecturer les conditions optimales pour le meilleur rendement.
6. ★ En utilisant une fonction d'optimisation, conclure.

Exercice 4 :

1. On considère un plan factoriel complet 2^k (k facteurs).
 - (a) Si $k = 3$, combien d'effets peut-on tester au maximum ?
 - (b) Si $k = 3$, combien d'effets d'interactions du premier ordre (du type AB) peut-on tester ?
Si $k = 4$, combien d'effets d'interactions du premier ordre peut-on tester ?
De manière plus générale, pour un plan 2^k , combien d'interactions du premier ordre peut-on tester ? du deuxième ordre (du type ABC) ?
2. Soient A , B et C trois facteurs. On considère un plan fractionnaire 2^{3-1} avec deux facteurs (principaux) A et B . On considère l'alias initial

$$C = AB$$

- (a) Déterminer le générateur d'alias associé.

(b) Montrer que

$$A = BC \text{ et } B = AC$$

(c) Retrouver ces résultats en créant le plan avec R.

Exercice 5 : Un exemple de plan factoriel fractionnaire

Pour développer une nouvelle ligne de produit, le service développement souhaite étudier l'influence de différents facteurs sur la texture de petits-beurre et sur leur couleur détaillés ci-dessous :

- Température du four (A) variant de 180°C à 220°C ;
- Temps de cuisson (B) variant de 8 min à 16 min ;
- Temps de refroidissement (C) variant de 10 min à 30 min ;
- Température de refroidissement (D) variant de 3°C à 20°C ;
- Humidité ambiante (E) variant de 40 % à 90 %.

Les réponses choisies sont la texture des petits-beurre (mesurée en Newton ; plus la texture est élevée plus le biscuit répond aux attentes) et leur couleur (mesurée en unités RGB ; plus cette valeur est faible, plus les biscuits ont une teinte foncée).

On procédera via le plan fractionnaire minimal (2^3), non randomisé, avec quatre expériences au centre, en aliasant le facteur E à l'interaction de plus grand ordre et D à AC .

Le plan et les réponses sont donnés ci-dessous :

	A	B	C	D	E	Texture	Couleur
1	-1	-1	-1	1	-1	13.75	55
2	1	-1	-1	-1	1	9.87	52
3	-1	1	-1	1	1	16.18	57
4	1	1	-1	-1	-1	35.70	9
5	-1	-1	1	-1	1	12.88	58
6	1	-1	1	1	-1	19.33	50
7	-1	1	1	-1	-1	17.24	54
8	1	1	1	1	1	26.75	14
9	0	0	0	0	0	18.82	46
10	0	0	0	0	0	18.99	44
11	0	0	0	0	0	19.14	44
12	0	0	0	0	0	18.93	42

```
class=design, type= FrF2.generators.center
```

1. Créer ce plan (avec les réponses) à l'aide de R.
2. Interpréter le plan pour les deux réponses (Texture et Couleur).
3. Conclure sur cette étude expérimentale si on fixe comme objectif une texture craquante (élevée) et un petit beurre bien doré (couleur faible).