Prise en main du logiciel de calcul formel Maple

1. Généralités

Maple est un logiciel de **calcul formel**, c'est-à-dire numérique et symbolique. Par « calcul numérique » on entend « calcul approché », et par « calcul symbolique », « calcul exact ».

Ce genre d'outil est très utilisé dans l'enseignement, les centres de recherche et l'industrie (il existe d'autres logiciels de calcul formel, notamment **Mathematica** et **MuPAD**).

Maple est un acronyme pour ***MA**thematical **PLE**asure*, et signifie également « Érable » (*Maple* est originaire de l'*Université de Waterloo*, Canada).

Sa principale force repose sur ses algorithmes de résolution de problèmes symboliques : à la différence des autres types de logiciels mathématiques, qui peuvent seulement travailler en arithmétique flottante (pseudo-réels), *Maple* peut résoudre de nombreux problèmes où doivent être prises en compte des notions mathématiques formelles, et renvoyer ses résultats sous la forme d'objets mathématiques.

A noter que la fin d'une instruction est généralement mise en évidence par l'un des symboles de fin d'instruction ; ou : (le résultat n'est pas affiché mais gardé en mémoire).
On peut également utiliser la touche Entrée.
% appelle le dernier résultat.

<u>Exemple :</u>
$3 \cdot 5;$

$$15$$

$3 \cdot 5:$
$\%;$

$$15$$

$A := \sqrt{8}:$
$A^2;$

$$8$$

Si vous le souhaitez, vous pouvez annuler toutes les affectations en utilisant la fonction **restart**.

2. Outils de simplification et de Calcul

Dans la suite, *E* désigne une expression.

Valeurs approchées	**eval**, **evalf**, (en virgule flottante), **evalc** (complexes)
Fixe le nombre de chiffres à afficher	$evalf(\pi, 3)$ 3.14
Simplifier Utiliser de préférence simplify avec une des options power (calculs sur puissances, exp, ln), radical (calculs avec des puissances rationnelles), sqrt, trig, exp, ln ou symbolic qui permet d'effectuer des simplifications même si elles ne sont pas valables sur tout le plan complexe. On peut utiliser normal (radnormal) pour des expressions rationnelles (avec radicaux)	**simplify** $simplify\left(\frac{x^5-1}{x-1}\right)$ $x^4+x^3+x^2+x+1$

Developpement Développe tout ce qui peut l'être et exprime les lignes trigonométriques du type $\cos(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.	**expand** $(a-b)^3$ $(a-b)^3$ $expand(\%)$ $a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$
Regroupement de termes Dans la plupart des cas, cela revient à effectuer les transformations inverses de celles faites par **expand**. On peut utiliser des options exp,ln,power,trig,radical,....	**combine**
Linéarisation	$combine\left(\cos(x)^3\right)$ $\frac{1}{4}\cos(3x) + \frac{3}{4}\cos(x)$
Factorisation	**factor** $factor\left(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1\right)$ $(x+1)\left(x^2+x+1\right)\left(x^2-x+1\right)$
Conversion (transformation d'écriture) Utilisation des formules d'Euler et écriture des *sin,cos,ch,sh* en exponentielles ou écriture des exponentielles en lignes trigonométriques	**convert** convert(E,exp) convert(E,trig) $E := \cos(x)$: $convert(E, \exp)$; $\frac{1}{2}e^{Ix} + \frac{1}{2}e^{-Ix}$
Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples	**convert(….,parfrac,x)** $convert\left(\frac{x+2}{x^2-1}, parfrac, x\right)$ $\frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}$
Polynômes Permet de regrouper les termes en fonction des puissances de x	type **polynom** collect(P,x) $P := x^2 + x \cdot (x+1)$; $x^2 + x(x+1)$ $collect(\%, x)$; $2x^2 + x$
Sommes symboliques Permet le calcul d'une somme de termes On peut également utiliser $\sum$	**Sum** $sum(k, k = 1..n)$: $factor(\%)$; $\frac{1}{2}n(n+1)$

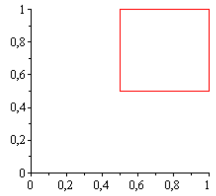
3. Fonctions, dérivation, intégration, DL

Définition d'une fonction	$f := x \to x^2$ $x \to x^2$
Expressions définies par morceaux	**Heaviside** Heaviside( )
	$\int_a^b f\ dx$ $\quad \int f\ dx$
Dérivation Il suffit d'utiliser $f'(x)$ …..	$f := x \to x^2;$
Intégration On peut calculer des primitives, intégrales…	$\int_0^5 f(x)\ dx$ $\frac{125}{3}$ $\int f(x)dx$ $\frac{1}{3}x^3$
Limites	$f := x \to \ln(1+x)$: $\lim_{x \to 5} f(x);$ $\ln(2) + \ln(3)$ $limit(f(x), x = +\infty);$ ∞

4. Résolution d'équations et d'inéquations

Résolution d'une (in)équation, d'un système d'(in)équations	**solve ((in)équations, inconnues)**
Les options permettent de préciser un intervalle *solve (equation,inconnue,a..b)* ou de demander des valeurs complexes *solve(equation,inconnue,complex).*	$solve(x^2 = -8 + 6I);$ $1 + 3I, -1 - 3I$
La fonction *fsolve* permet d'obtenir une valeur approchée des solutions d'une équation.	$fsolve(x^2 = 5);$ $-2.236067977, 2.23606797$
A noter que Maple retourne parfois <u>une seule solution</u> parmi une infinité. On peut les obtenir toutes avec _EnvAllSolutions.	$\_EnvAllSolutions := true;$ $solve(\cos(x) = \sin(x), x)$ $\frac{1}{4}\pi + \pi\ \_Z1\sim$ où $\_Z1$ est associé à $\mathbb{Z}$.

5. Représentations graphiques

Tracés polygonaux Etant donnés les points *Mi* pour *i* variant de 1 à *k*, de coordonnées respectives (*xi* , *yi*), pour tracer la ligne brisée [*M*1, . . . ,*Mk*] , il suffit d'écrire : plot([[*x*1, *y*1], . . . , [*xk* , *yk*]]). Si on veut seulement tracer les points sans les segments les reliant, ajouter l'option style=points Voir aussi pointplot, polygonplot.	$plot([[0.5, 0.5], [1, 0.5], [1, 1], [0.5, 1], [0.5, 0.5]])$ 
Courbe représentative d'une fonction *plot(f)* ou *plot(E(x),x)* : trace le graphe de *f* (resp *E*) sur un intervalle d'abscisse choisi par MAPLE ([-10,10]), dans un repère orthogonal.	$f := x \rightarrow x^2;$ $x \rightarrow x^2$ $plot(f)$
Il vaut mieux préciser toujours l'intervalle d'abscisse comme ci dessous. On peut également préciser l'intervalle d'ordonnée.	$plot(x^3, x = 0..1, y = 0..1)$
L'option scaling=constrained permet d'avoir un repère orthonormé. On peut également choisir cette option directement dans la fenêtre plot, en cliquant sur l'icône **1:1**.	
Représentation de fonctions discontinues	$plot(f(x), discont = true)$
Tracé de plusieurs courbes	$plot(\{\mathrm{f(x)}, \mathrm{x}^3\})$

6. Développements limités et asymptotiques

On peut déterminer des DL avec un ordre par défaut égal à 5, au voisinage de 0, en sachant que $O(x^6) = x^5\varepsilon(x)$, $\lim \varepsilon(x) = 0$	$f := x \rightarrow \ln(1 + x)$ $x \rightarrow \ln(1 + x)$ $series(f(x), \mathrm{x}, 6)$ $x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 + \mathrm{O}(x^6)$
On peut également obtenir un DL au voisinage d'un réel non nul, à un ordre donné, ainsi qu'un développement asymptotique (en l'infini).	$series(f(x), x = 1, 3)$ $\ln(2) + \frac{1}{2}(x - 1) - \frac{1}{8}(x - 1)^2 + \mathrm{O}((x - 1)^3)$ $asympt(\sqrt{x^2 + 2x}, x, 2)$ $x + 1 - \frac{1}{2x} + \mathrm{O}\left(\frac{1}{x^2}\right)$
A noter qu'on peut obtenir la partie régulière d'un DL En utilisant la fonction *convert*.	$s := series(\sin(x), x, 5)$ $s := x - \frac{1}{6}x^3 + \mathrm{O}(x^5)$ $p := convert(s, polynom)$

7. Résolutions d'équations différentielles

On peut commencer par définir l'équation différentielle à résoudre.	$ED := y'(x) + y(x) = 0;$ $\frac{d}{dx} y(x) + y(x) = 0$
La fonction *dsolve* permet d'obtenir les solutions d'une équation.	$dsolve(ED)$ $y(x) = \_C1\ e^{-x}$
On peut également rajouter des conditions initiales.	$CI := y'(0) = 2;$ $D(y)(0) = 2$ $dsolve(\{ED, CI\});$ $y(x) = -2\ e^{-x}$

8. Programmation

Si … alors … sinon …	If "condition" then " instruction" Elif "condition" then "instruction" else … fi *Ex avec une procédure :* $f :=$**proc**(x, y) **if** $x > y$ **then** 1 **else** 0 **fi** **end**; **proc**(x, y) **if** $y < x$ **then** 1 **else** 0 **end if end proc** $f(2, 3)$ 0 $f(3, 2)$ 1 Dans une procédure (fonction), on peut être amené à déclarer des variables locales Exemple : local *a*,*b*,*c* ;
Boucle « for »	**for** "variable" **from** "début" **to** "fin" [by "pas"] **do** "instruction" **od**
Boucle « tant que »	**while** "condition" **do** "instruction" **od**